

(1-30) Alistirmalarda yerel maximum, minimum ve eyer noktalarını bulunuz:

Finding Local Extrema

Find all the local maxima, local minima, and saddle points of the functions in Exercises 1–30.

1. $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + 3x - 3y + 4$
2. $f(x, y) = 2xy - 5x^2 - 2y^2 + 4x + 4y - 4$
3. $f(x, y) = x^2 + xy + 3x + 2y + 5$
4. $f(x, y) = 5xy - 7x^2 + 3x - 6y + 2$
11. $f(x, y) = \sqrt{56x^2 - 8y^2 - 16x - 31} + 1 - 8x$
12. $f(x, y) = 1 - \sqrt[3]{x^2 + y^2}$
13. $f(x, y) = x^3 - y^3 - 2xy + 6$
14. $f(x, y) = x^3 + 3xy + y^3$
15. $f(x, y) = 6x^2 - 2x^3 + 3y^2 + 6xy$
16. $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3x^2 - 3y^2 - 8$
17. $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x + y^3 - 15y$
18. $f(x, y) = 2x^3 + 2y^3 - 9x^2 + 3y^2 - 12y$
19. $f(x, y) = 4xy - x^4 - y^4$

5. $f(x, y) = 2xy - x^2 - 2y^2 + 3x + 4$
6. $f(x, y) = x^2 - 4xy + y^2 + 6y + 2$
7. $f(x, y) = 2x^2 + 3xy + 4y^2 - 5x + 2y$
8. $f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x + 2y + 1$
9. $f(x, y) = x^2 - y^2 - 2x + 4y + 6$
10. $f(x, y) = x^2 + 2xy$

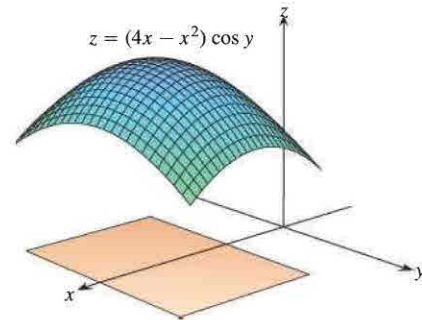
20. $f(x, y) = x^4 + y^4 + 4xy$
21. $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2 - 1}$
22. $f(x, y) = \frac{1}{x} + xy + \frac{1}{y}$
23. $f(x, y) = y \sin x$
24. $f(x, y) = e^{2x} \cos y$
25. $f(x, y) = e^{x^2 + y^2 - 4x}$
26. $f(x, y) = e^y - ye^x$
27. $f(x, y) = e^{-y}(x^2 + y^2)$
28. $f(x, y) = e^x(x^2 - y^2)$
29. $f(x, y) = 2 \ln x + \ln y - 4x - y$
30. $f(x, y) = \ln(x + y) + x^2 - y$

(31-38) problemlerde fonksiyonun verilmiş bölgede mutlak maximum ve minimum değerlerini bulunuz:

In Exercises 31–38, find the absolute maxima and minima of the functions on the given domains.

31. $f(x, y) = 2x^2 - 4x + y^2 - 4y + 1$ on the closed triangular plate bounded by the lines $x = 0$, $y = 2$, $y = 2x$ in the first quadrant
32. $D(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 1$ on the closed triangular plate in the first quadrant bounded by the lines $x = 0$, $y = 4$, $y = x$
33. $f(x, y) = x^2 + y^2$ on the closed triangular plate bounded by the lines $x = 0$, $y = 0$, $y + 2x = 2$ in the first quadrant
34. $T(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 6x$ on the rectangular plate $0 \leq x \leq 5$, $-3 \leq y \leq 3$
35. $T(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 6x + 2$ on the rectangular plate $0 \leq x \leq 5$, $-3 \leq y \leq 0$
36. $f(x, y) = 48xy - 32x^3 - 24y^2$ on the rectangular plate $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$

37. $f(x, y) = (4x - x^2) \cos y$ on the rectangular plate $1 \leq x \leq 3$, $-\pi/4 \leq y \leq \pi/4$ (see accompanying figure).



38. $f(x, y) = 4x - 8xy + 2y + 1$ on the triangular plate bounded by the lines $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 1$ in the first quadrant

(1-5) Problemlerde fonksiyonun verilmiş eğri üzerinde extremum noktalarını ve değerlerini bulunuz:

1. $f(x, y) = xy$ fonksiyonunun $x^2 + 2y^2 = 1$ elipsi üzerinde.
2. $f(x, y) = xy$ fonksiyonunun $g(x, y) = x^2 + y^2 - 10 = 0$ çemberi üzerinde.
3. $f(x, y) = 49 - x^2 - y^2$ fonksiyonunun $x + 3y = 10$ doğrusu üzerinde.
4. $f(x, y) = x^2 y$ fonksiyonunun $x + y = 3$ elipsi üzerinde.
5. $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ fonksiyonunun $xy^2 = 54$ eğrisi üzerinde.

3259-3267 problemlerde fonksiyonların kritik noktalarını bulunuz:

3259. $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$.
3260. $z = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$.
3261. $z = xy(a - x - y)$.
3262. $z = (2ax - x^2)(2by - y^2)$.
3263. $z = \sin x + \sin y + \cos(x + y)$ ($0 \leq x \leq \pi/4$, $0 \leq y \leq \pi/4$).
3264. $z = \frac{a + bx + cy}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}}$.
3265. $z = y\sqrt{1 + x} + x\sqrt{1 + y}$.
3266. $u = 2x^2 + y^2 + 2z - xy - xz$.
3267. $u = 3 \ln x + 2 \ln y + 5 \ln z + \ln(22 - x - y - z)$.

3291-3294 'de fonksiyonların şartlı ekstremum noktalarını ve değerlerini Lagrange yöntemiye bulunuz:

3291. $z = x^m + y^m$ ($m > 1$) при $x + y = 2$ ($x \geq 0, y \geq 0$).

3292. $z = xy$ при $x^2 + y^2 = 2a^2$.

3293. $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ при $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{a^2}$.

3294. $z = a \cos^2 x + b \cos^2 y$ при $y - x = \frac{\pi}{4}$.

3295. $u = 5 - 3x - 4y, x^2 + y^2 = 25$;

3296. $u = 1 - 4x - 8y, x^2 - 8y^2 = 8$;

3297. $u = x^2 + xy + y^2, x^2 + y^2 = 1$;

3298. $u = x/a + y/b, x^2 + y^2 = r^2, r > 0$.

3299. $u = 2x^2 + 12xy + y^2, x^2 + 4y^2 = 25$;

28. 'de Fonksiyonun eşitsizliklerle tanımlanan bölgede en büyük M ve en küçük m değerlerini bulunuz:

28. 1) $u = xy + x + y, -2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 4$;

2) $u = x^2 - xy + y, |x| \leq 2, |y| \leq 3$;

3) $u = x^2 + y^2 - 4x, -2 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 3$;

4) $u = x^3 + y^3 - 3xy, 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 2$;

5) $u = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1, 0 \leq x \leq 2, |y| \leq 1$;

6) $u = x + |x - y|, |x| \leq 1, |y| \leq 2$;

7) $u = x^2 - xy + y^2, |x| + |y| \leq 1$;

8) $u = (x + y)e^{xy}, -2 \leq x + y \leq 1$.

9.2-9.5 Tekrar integralleri hesaplayınız:

9.2. $\int_0^1 dx \int_0^2 (x^2 + y) dy.$ **9.3.** $\int_0^2 dx \int_x^{x\sqrt{3}} \frac{x dy}{x^2 + y^2}.$ **9.4.** $\int_1^3 dy \int_2^5 \frac{dx}{(x + 2y)^2}.$ **9.5.** $\int_0^{\pi/2} d\varphi \int_{a \cos \varphi}^{a(1 + \cos \varphi)} r dr.$ **9.6.** $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2 \cos \varphi} r^3 dr.$

9.7-9.10 Tekrar integralleri için integralleme bölgesini sınırlayan eğrilerin denklemlerini yazınız ve bölgeyi çiziniz:

9.7. $\int_1^2 dx \int_x^{x+3} f(x, y) dy.$ **9.8.** $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^{2-x^2} f(x, y) dy.$ **9.9.** $\int_0^2 dy \int_{2-y}^{\sqrt{4-y^2}} f(x, y) dx.$ **9.10.** $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy.$

9.17-9.24 Tekrar integrallerde integralleme sırasını değiştiriniz:

9.17. $\int_{-2}^6 dx \int_{-3-\sqrt{12+4x-x^2}}^{-3+\sqrt{12+4x-x^2}} f(x, y) dy.$ **9.18.** $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2-1}^{1-y^2} f(x, y) dx.$ **9.19.** $\int_0^4 dx \int_{\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy.$

9.20. $\int_0^1 dy \int_{y^2/9}^y f(x, y) dx + \int_1^3 dy \int_{y^2/9}^1 f(x, y) dx.$ **9.21.** $\int_{-2}^2 dx \int_0^{(x+2)/2} f(x, y) dy + \int_2^{10/3} dx \int_{\sqrt{x^2-4}}^{(x+2)/2} f(x, y) dy.$

9.22. $\int_0^a dx \int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{a+\sqrt{a^2-x^2}} f(x, y) dy.$ **9.23.** $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{y^2-1}^{y^2/2} f(x, y) dx.$ **9.24.** $\int_3^7 dx \int_{9/x}^3 f(x, y) dy + \int_7^9 dx \int_{9/x}^{10-x} f(x, y) dy.$

Aşağıdaki integralleri hesaplayınız:

9.26. $\iint_G (x^2 + y^2) dx dy, G$ bölgesi $y = x, x + y = 2a, x = 0$ eğrileriyle sınırlanmıştır.

9.27. $\iint_G \sqrt{xy - y^2} dx dy, G$ bölgesi köşeleri $A(1, 1), B(5, 1), C(10, 2), D(2, 2)$ olan yamuktur.

9.28. $\iint_G xy dx dy, G$ bölgesi $x + y = 2, x^2 + y^2 = 2y$ ($x > 0$) eğrileriyle sınırlanmıştır.

9.32. $\iint_G \frac{x dx dy}{x^2 + y^2}, G$ bölgesi $y = x \operatorname{tg} x, y = x, x = \pi/8$ ($x \geq \pi/8$) eğrileriyle sınırlanmıştır.

Kutupsal koordinatlara geçerek tekrar integralleri kutupsal koordinatlarda yazınız:

$$9.41. \int_0^{3a/4} dx \int_{a\sqrt{3}/2 - \sqrt{3a^2/4 - x^2}}^{\sqrt{a^2 - x^2}} f(\sqrt{x^2 + y^2}) dy. \quad 9.42. \int_0^a dx \int_{\sqrt{ax}}^{a + \sqrt{a^2 - x^2}} f(x, y) dy. \quad 9.43. \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx.$$

Kutupsal koordinatlara geçerek integralleri hesaplayınız:

$$9.45. \int_0^a dx \int_0^{\sqrt{a^2 - x^2}} e^{x^2 + y^2} dy.$$

$$9.46. \int_0^a dy \int_{\sqrt{ay - y^2}}^{\sqrt{a^2 - y^2}} \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx.$$

$$9.47. \iint_G \sqrt{x^2 + y^2 - 9} dx dy, G \text{ bölgesi } x^2 + y^2 = 9 \text{ ve } x^2 + y^2 = 25 \text{ çemberleriyle sınırlanmıştır.}$$

двумя окружностями

$$9.48. \iint_G \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy, G \text{ bölgesi } a \text{ yarıçaplı, } O(0,0) \text{ merkezli dairenin birinci bölgede bulunan kısmıdır.}$$

$$9.49. \iint_G (x^2 + y^2) dx dy, G \text{ bölgesi } x^2 + y^2 = ax, x^2 + y^2 = 2ax, y = 0 \ (y > 0) \text{ eğrileriyle sınırlanmıştır.}$$

$$9.50. \iint_G dx dy, G \text{ bölgesi } x^2 = ay, x^2 + y^2 = 2a^2, y = 0 \ (x > 0, a > 0) \text{ eğrileriyle sınırlanmıştır.}$$

$$9.51. \iint_G x \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, G \text{ bölgesi } (x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2) \ (x \geq 0) \text{ lemniskat yaprağıyla sınırlanmıştır.}$$

$$9.59. y^2 = 4ax + 4a^2 \text{ ve } x + y = 2a, (a > 0) \text{ eğrileriyle sınırlanmış } D \text{ şeklinin alanını bulunuz.}$$

$$9.60. yx = 4 \text{ ve } x + y = 5 \text{ eğrileriyle sınırlanmış } D \text{ şeklinin alanını bulunuz.}$$

$$9.61. y = \frac{8a^3}{x^2 + 4a^2} \text{ ve } x = 2y, x = 0 \ (a > 0) \text{ eğrileriyle sınırlanmış } D \text{ şeklinin alanını bulunuz.}$$

$$9.62. r = a(1 - \cos \varphi) \text{ ve } r = a \text{ eğrileriyle sınırlanmış (kardioid dışında kalan) } D \text{ şeklinin alanını bulunuz.}$$

Verilmiş yüzeylerle sınırlanmış cismin hacmini bulunuz:

$$9.83*. z^2 - x^2 = a^2, z^2 - y^2 = a^2, z = a\sqrt{2} \ (a > 0).$$

$$9.84. y = x^2, z = y, z + y = 2.$$

$$9.85. x^2 - y^2 = 2az, x^2 + y^2 = a^2, z = 0 \text{ (Silindirin içi; } a > 0 \text{)}.$$

$$9.86. x^2 + y^2 - 2z^2 = -a^2, 2(x^2 + y^2) - z^2 = a^2 \ (a > 0).$$

$$9.87. z = ce^{-(x^2/a^2 + y^2/b^2)}, \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > 0, b > 0, c > 0).$$

$$9.88. x^2 + y^2 = z^2, x^2 + y^2 - 2z^2 = -a^2 \ (a > 0).$$

İkikatl integral yardımıyla homojen düzlemsel şeklin $(\rho(x, y) = 1)$ kütle merkezini ve eksenlere göre atalet momentlerini bulunuz:

$$1. G \text{ şekli } y^2 = x^2 - x^4, (x \geq 0) \text{ kapalı eğrisiyle sınırlanmıştır.}$$

$$2. G \text{ şekli } y^2 = x^2 - x^4, (x \geq 0) \text{ kapalı eğrisiyle sınırlanmıştır}$$

$$3. G \text{ şekli } yx = 4 \text{ ve } x + y = 5 \text{ eğrileriyle sınırlanmıştır.}$$