

2983 – 3002 nolu problemlerde fonksiyonun tanım kümesini bulunuz
ve koordinat düzleminde gösteriniz:

$$2983. z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}.$$

$$2984. z = \ln(y^2 - 4x + 8).$$

$$2985. z = \frac{1}{R^2 - x^2 - y^2}.$$

$$2986. z = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}.$$

$$2987. z = \frac{1}{\sqrt{x+y}} + \frac{1}{\sqrt{x-y}}.$$

$$2988. z = \arcsin \frac{y-1}{x}.$$

$$2989. z = \ln xy.$$

$$2990. z = \sqrt{x-y}.$$

$$2991. z = \arcsin \frac{x^2+y^2}{4} + \operatorname{arcsec}(x^2+y^2).$$

$$2992. z = \frac{\sqrt{4x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}.$$

$$2993. z = \sqrt{\frac{x^2+2x+y^2}{x^2-2x+y^2}}.$$

$$2994. z = xy \sqrt{\ln \frac{R^2}{x^2+y^2}} + \sqrt{x^2+y^2 - R^2}.$$

$$2995. z = \operatorname{ctg} \pi(x+y).$$

$$2996. z = \sqrt{\sin \pi(x^2+y^2)}.$$

$$2997. z = \sqrt{x \sin y}.$$

$$2998. z = \ln x - \ln \sin y.$$

$$2999. z = \ln [x \ln(y-x)].$$

$$3000. z = \arcsin [2y(1+x^2) - 1].$$

3003 – 3008 nolu problemlerde fonksiyonların limitlerini bulunuz:

$$3003. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2+1}-1}.$$

$$3004. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{x^2y^2+1}-1}{x^2+y^2}.$$

$$3005. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^3+y^3)}{x^2+y^2}.$$

$$3006. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1-\cos(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)x^2y^2}.$$

$$3007. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{e^{-\frac{1}{x^2+y^4}}}{x^4+y^4}.$$

$$3008. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1+x^2y^2)^{-\frac{1}{x^2+y^4}}.$$

Fonksiyonların süreksizlik noktalarını bulunuz:

$$1. z = \frac{1}{\sin^2 \pi x + \sin^2 \pi y}.$$

$$2. z = \frac{1}{x-y}.$$

$$3. z = \frac{1}{\sin \pi x} + \frac{1}{\sin \pi y}.$$

$$4. z = \frac{y^2+2x}{y^2-2x}.$$

Fonksiyonların (0,0) noktasında sürekliliğini inceleyiniz:

- 1) $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$, $f(0, 0) = 0$; 2) $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$, $f(0, 0) = 0$;
 3) $f(x, y) = \frac{x^3 y^3}{x^2 + y^2}$, $f(0, 0) = 0$; 4) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$, $f(0, 0) = 0$;
 5) $f(x, y) = \frac{x^4 - y^4}{x^4 + y^4}$, $f(0, 0) = 0$; 6) $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4}$, $f(0, 0) = 0$.

3018 — 3021 nolu problemlerde fonksiyonun seviyye eğrisini bulunuz ve çiziniz:

3018. $z = xy$. 3019. $z = x^2 y + x$.

3020. $z = y(x^2 + 1)$. 3021. $z = \frac{xy - 1}{x^2}$.

3036 — 3084 No'lu problemlerde fonksiyonların kısmi türevlerini bulunuz:

3036. $z = x - y$. 3037. $z = x^3 y - y^3 x$.

3038. $\theta = axe^t + bt$ (a, b — постоянные).

3039. $z = \frac{u}{v} + \frac{v}{u}$. 3040. $z = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$.

3041. $z = (5x^2 y - y^3 + 7)^3$. 3042. $z = x \sqrt[3]{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$.

3043. $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$. 3044. $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$.

3045. $z = \frac{1}{\operatorname{arctg} \frac{y}{x}}$. 3046. $z = x^y$.

3047. $z = \ln(x^2 + y^2)$. 3048. $z = \ln \frac{\sqrt{x^2 + y^2} - x}{\sqrt{x^2 + y^2} + x}$.

3049. $z = \arcsin \frac{\sqrt{x^2 - y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. 3050. $z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y}$.

3051. $z = e^{-x/y}$. 3052. $z = \ln(x + \ln y)$.

3053. $u = \operatorname{arctg} \frac{v + w}{v - w}$. 3054. $z = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{y}{x}$.

3055. $z = \left(\frac{1}{3}\right)^{y/x}$. 3056. $z = (1 + xy)^y$.

3057. $z = xy \ln(x + y)$. 3058. $z = x^{xy}$.

3059. $u = xyz$. 3060. $u = xy + yz + zx$.

3061. $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. 3062. $u = x^3 + yz^2 + 3yx - x + z$.

3063. $w = xyz + yzv + zvx + vxy$. 3065. $u = \sin(x^2 + y^2 + z^2)$.

3064. $u = e^{x(x^2 + y^2 + z^2)}$.

3066. $u = \ln(x + y + z)$. 3067. $u = x^{\frac{y}{z}}$.

3068. $u = x^{yz}$. 3069. $f(x, y) = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$ в точке (3, 4).

$$3070. z = \ln \left(x + \frac{y}{2x} \right) \text{ в точке } (1, 2). \quad 3071. z = (2x + y)^{2xy}.$$

$$3072. z = (1 + \log_y x)^3. \quad 3073. z = xye^{\sin \pi xy}.$$

$$3074. z = (x^2 + y^2) \frac{1 - \sqrt{x^2 + y^2}}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}}.$$

$$3075. z = \operatorname{arctg} \sqrt{x^y}. \quad 3076. z = 2 \sqrt{\frac{1 - \sqrt{xy}}{1 + \sqrt{xy}}}.$$

$$3077. z = \ln [xy^2 + yx^2 + \sqrt{1 + (xy^2 + yx^2)^2}].$$

$$3078. z = \sqrt{1 - \left(\frac{x+y}{xy} \right)^2} + \arcsin \frac{x+y}{xy}.$$

$$3079. z = \operatorname{arctg} \left(\operatorname{arctg} \frac{y}{x} \right) - \frac{1}{2} \frac{\operatorname{arctg} \frac{y}{x} - 1}{\operatorname{arctg} \frac{y}{x} + 1} - \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$$

$$3080. u = \frac{k}{(x^2 + y^2 + z^2)^2}. \quad 3081. u = \operatorname{arctg} (x - y)^x.$$

$$3082. u = (\sin x)^{yz}. \quad 3083. u = \ln \frac{1 - \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{1 + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

$$3084. w = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 (x^2 y^2 + z^2 v^2 - xyzv) + \ln \cos (x^2 y^2 + z^2 v^2 - xyzv).$$

$$3085. u = \frac{\cos (\varphi - 2\psi)}{\cos (\varphi + 2\psi)}. \text{ Найти } \left. \frac{\partial u}{\partial \psi} \right|_{\substack{\varphi = \pi/4 \\ \psi = \pi}}.$$

$$3086. u = \sqrt{az^3 - bt^3}. \text{ Найти } \frac{\partial u}{\partial z} \text{ и } \frac{\partial u}{\partial t} \text{ при } z = b, t = a.$$

$$3087. z = \frac{x \cos y - y \cos x}{1 + \sin x + \sin y}. \text{ Найти } \frac{\partial z}{\partial x} \text{ и } \frac{\partial z}{\partial y} \text{ при } x = y = 0.$$

$$3088. u = \sqrt{\sin^2 x + \sin^2 y + \sin^2 z}. \text{ Найти } \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{\substack{x=0 \\ y=0 \\ z=\pi/4}}.$$

3101-3109 'da fonksiyonların $dz=df(x,y)$ tam diferansiyelini bulunuz:

$$3101. z = x^2 y^4 - x^3 y^3 + x^4 y^2. \quad 3102. z = \frac{1}{2} \ln (x^2 + y^2).$$

$$3103. z = \frac{x+y}{x-y}. \quad 3104. z = \arcsin \frac{x}{y}.$$

$$3105. z = \sin (xy). \quad 3106. z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy}.$$

$$3107. z = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}. \quad 3108. z = \operatorname{arctg} (xy). \quad 3109. u = x^{yz}.$$

Tanım kümesi, Değerler kümesi ve Seviye eğrisi:

1- 4 de fonksiyonun özel değerini bulunuz:

1. $f(x, y) = x^2 + xy^3$
 - a. $f(0, 0)$
 - b. $f(-1, 1)$
 - c. $f(2, 3)$
 - d. $f(-3, -2)$
2. $f(x, y) = \sin(xy)$
 - a. $f\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$
 - b. $f\left(-3, \frac{\pi}{12}\right)$
 - c. $f\left(\pi, \frac{1}{4}\right)$
 - d. $f\left(-\frac{\pi}{2}, -7\right)$
3. $f(x, y, z) = \frac{x-y}{y^2+z^2}$
 - a. $f(3, -1, 2)$
 - b. $f\left(1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$
 - c. $f\left(0, -\frac{1}{3}, 0\right)$
 - d. $f(2, 2, 100)$
4. $f(x, y, z) = \sqrt{49 - x^2 - y^2 - z^2}$
 - a. $f(0, 0, 0)$
 - b. $f(2, -3, 6)$
 - c. $f(-1, 2, 3)$
 - d. $f\left(\frac{4}{\sqrt{2}}, \frac{5}{\sqrt{2}}, \frac{6}{\sqrt{2}}\right)$

5 - 12 de tanım kümesini bulunuz ve çiziniz:

5. $f(x, y) = \sqrt{y - x - 2}$
6. $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 4)$
7. $f(x, y) = \frac{(x-1)(y+2)}{(y-x)(y-x^3)}$
8. $f(x, y) = \frac{\sin(xy)}{x^2 + y^2 - 25}$
9. $f(x, y) = \cos^{-1}(y - x^2)$
10. $f(x, y) = \ln(xy + x - y - 1)$
11. $f(x, y) = \sqrt{(x^2 - 4)(y^2 - 9)}$
12. $f(x, y) = \frac{1}{\ln(4 - x^2 - y^2)}$

13-16 da $f(x, y) = c$ seviye eğrilerini bulup

verilen c değerleri için çiziniz:

13. $f(x, y) = x + y - 1$, $c = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$
14. $f(x, y) = x^2 + y^2$, $c = 0, 1, 4, 9, 16, 25$
15. $f(x, y) = xy$, $c = -9, -4, -1, 0, 1, 4, 9$
16. $f(x, y) = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$, $c = 0, 1, 2, 3, 4$

17-30. alıştırmalarda

a) tanım kümesini bulunuz b) Değerler kümesini bulunuz

c) seviye çizgilerini çiziniz d) tanım kümesinin sınırlarını bulunuz

17. $f(x, y) = y - x$
18. $f(x, y) = \sqrt{y - x}$
19. $f(x, y) = 4x^2 + 9y^2$
20. $f(x, y) = x^2 - y^2$

21. $f(x, y) = xy$
22. $f(x, y) = y/x^2$
23. $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{16 - x^2 - y^2}}$
24. $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$
25. $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$
26. $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$
27. $f(x, y) = \sin^{-1}(y - x)$
28. $f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$
29. $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 1)$
30. $f(x, y) = \ln(9 - x^2 - y^2)$

49-52 de seviye eğrisinin denklemini bulunuz ve verilen noktadan geçen seviye eğrisini çiziniz:

49. $f(x, y) = 16 - x^2 - y^2$, $(2\sqrt{2}, \sqrt{2})$
50. $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 1}$, $(1, 0)$
51. $f(x, y) = \sqrt{x + y^2} - 3$, $(3, -1)$
52. $f(x, y) = \frac{2y - x}{x + y + 1}$, $(-1, 1)$

1-12 de Limitleri bulunuz:

1. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^2 - y^2 + 5}{x^2 + y^2 + 2}$
2. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,4)} \frac{x}{\sqrt{y}}$
3. $\lim_{(x,y) \rightarrow (3,4)} \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$
4. $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,-3)} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2$
5. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,\pi/4)} \sec x \tan y$
6. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \cos \frac{x^2 + y^3}{x + y + 1}$
7. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,\ln 2)} e^{x-y}$
8. $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \ln |1 + x^2 y^2|$
9. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^y \sin x}{x}$
10. $\lim_{(x,y) \rightarrow (1/27, \pi^3)} \cos \sqrt[3]{xy}$
11. $\lim_{(x,y) \rightarrow (1, \pi/6)} \frac{x \sin y}{x^2 + 1}$
12. $\lim_{(x,y) \rightarrow (\pi/2, 0)} \frac{\cos y + 1}{y - \sin x}$

13-24 de kesirleri dönüştürerek limitleri bulunuz:

13. $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (1,1) \\ x \neq y}} \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x - y}$
14. $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (1,1) \\ x \neq y}} \frac{x^2 - y^2}{x - y}$
15. $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (1,1) \\ x \neq 1}} \frac{xy - y - 2x + 2}{x - 1}$
16. $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (2,-4) \\ y \neq -4, x \neq x^2}} \frac{y + 4}{x^2 y - xy + 4x^2 - 4x}$
17. $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (0,0) \\ x \neq y}} \frac{x - y + 2\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$
18. $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (2,2) \\ x+y \neq 4}} \frac{x + y - 4}{\sqrt{x} + y - 2}$
19. $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (2,0) \\ 2x-y \neq 4}} \frac{\sqrt{2x - y} - 2}{2x - y - 4}$
20. $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (4,3) \\ x \neq y+1}} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y+1}}{x - y - 1}$
21. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$
22. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \cos(xy)}{xy}$
23. $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} \frac{x^3 + y^3}{x + y}$
24. $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,2)} \frac{x - y}{x^4 - y^4}$

31-34 'de fonksiyonun hangi (x,y) noktalarında sürekli olduğunu belirleyiniz:

31. a. $f(x,y) = \sin(x+y)$ b. $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2)$

32. a. $f(x,y) = \frac{x+y}{x-y}$ b. $f(x,y) = \frac{y}{x^2+1}$

33. a. $g(x,y) = \sin \frac{1}{xy}$ b. $g(x,y) = \frac{x+y}{2+\cos x}$

34. a. $g(x,y) = \frac{x^2+y^2}{x^2-3x+2}$ b. $g(x,y) = \frac{1}{x^2-y}$

41-50 'de farklı yollarla yaklaşarak fonksiyonun $(x,y) \rightarrow (0,0)$ şartında limitinin mevcut olmadığını gösteriniz:

41. $f(x,y) = -\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 42. $f(x,y) = \frac{x^4}{x^4+y^2}$

43. $f(x,y) = \frac{x^4-y^2}{x^4+y^2}$ 44. $f(x,y) = \frac{xy}{|xy|}$

45. $g(x,y) = \frac{x-y}{x+y}$ 46. $g(x,y) = \frac{x^2-y}{x-y}$

47. $h(x,y) = \frac{x^2+y}{y}$ 48. $h(x,y) = \frac{x^2y}{x^4+y^2}$

49. $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{xy^2-1}{y-1}$ 50. $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} \frac{xy+1}{x^2-y^2}$

51. $f(x,y) = \begin{cases} 1, & y \geq x^4 \\ 1, & y \leq 0 \\ 0, & \text{diğer yerde} \end{cases}$ olmak üzere

aşağıdaki limitleri bulunuz ve mevcut olmadığını açıklayınız:

a. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} f(x,y)$

b. $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,3)} f(x,y)$

c. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y)$

52. $f(x,y) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ x^3, & x < 0 \end{cases}$ olmak üzere

aşağıdaki limitleri bulunuz:

a. $\lim_{(x,y) \rightarrow (3,-2)} f(x,y)$

b. $\lim_{(x,y) \rightarrow (-2,1)} f(x,y)$

c. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y)$

61-66 'de $(x,y) \rightarrow (0,0)$ iken f 'in limitini bulunuz veya mevcut olmadığını gösteriniz:

61. $f(x,y) = \frac{x^3-xy^2}{x^2+y^2}$ 62. $f(x,y) = \cos\left(\frac{x^3-y^3}{x^2+y^2}\right)$

63. $f(x,y) = \frac{y^2}{x^2+y^2}$ 64. $f(x,y) = \frac{2x}{x^2+x+y^2}$

65. $f(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{|x|+|y|}{x^2+y^2}\right)$

66. $f(x,y) = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

67 ve 68 'de fonksiyonu $(0,0)$ noktasında sürekli olacak şekile tanımlayınız:

67. $f(x,y) = \ln\left(\frac{3x^2-x^2y^2+3y^2}{x^2+y^2}\right)$

68. $f(x,y) = \frac{3x^2y}{x^2+y^2}$

1-22 'de $\partial f/\partial x$ ve $\partial f/\partial y$ kısmi türevlerini bulunuz:

1. $f(x,y) = 2x^2 - 3y - 4$ 2. $f(x,y) = x^2 - xy + y^2$

3. $f(x,y) = (x^2-1)(y+2)$

4. $f(x,y) = 5xy - 7x^2 - y^2 + 3x - 6y + 2$

5. $f(x,y) = (xy-1)^2$

6. $f(x,y) = (2x-3y)^3$

7. $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$

8. $f(x,y) = (x^3 + (y/2))^{2/3}$

9. $f(x,y) = 1/(x+y)$

10. $f(x,y) = x/(x^2+y^2)$

11. $f(x,y) = (x+y)/(xy-1)$ 12. $f(x,y) = \tan^{-1}(y/x)$

13. $f(x,y) = e^{(x+y+1)}$

14. $f(x,y) = e^{-x} \sin(x+y)$

15. $f(x,y) = \ln(x+y)$

16. $f(x,y) = e^{xy} \ln y$

17. $f(x,y) = \sin^2(x-3y)$

18. $f(x,y) = \cos^2(3x-y^2)$

Alıştırma 23-34 'de f_x, f_y ve f_z türevlerini bulunuz.

23. $f(x,y,z) = 1 + xy^2 - 2z^2$ 24. $f(x,y,z) = xy + yz + xz$

25. $f(x,y,z) = x - \sqrt{y^2+z^2}$

26. $f(x,y,z) = (x^2+y^2+z^2)^{-1/2}$

27. $f(x,y,z) = \sin^{-1}(xyz)$

28. $f(x,y,z) = \sec^{-1}(x+yz)$

29. $f(x,y,z) = \ln(x+2y+3z)$

30. $f(x,y,z) = yz \ln(xy)$

31. $f(x,y,z) = e^{-(x^2+y^2+z^2)}$

32. $f(x,y,z) = e^{-xyz}$

33. $f(x,y,z) = \tanh(x+2y+3z)$

34. $f(x,y,z) = \sinh(xy-z^2)$

41-50 'de ikinci mertebeden kısmi türevleri bulunuz:

41. $f(x,y) = x + y + xy$

42. $f(x,y) = \sin xy$

43. $g(x,y) = x^2y + \cos y + y \sin x$

44. $h(x,y) = xe^y + y + 1$

45. $r(x,y) = \ln(x+y)$

46. $s(x,y) = \tan^{-1}(y/x)$

47. $w = x^2 \tan(xy)$

48. $w = ye^{x^2-y}$

49. $w = x \sin(x^2y)$

50. $w = \frac{x-y}{x^2+y}$

56. Aşağıdaki fonksiyonların her bir için $\partial^5 f/\partial x^2 \partial y^3$ türevi sıfırdır. Nedenini açıklayınız.

a. $f(x,y) = y^2 x^4 e^x + 2$

b. $f(x,y) = y^2 + y(\sin x - x^4)$

c. $f(x,y) = x^2 + 5xy + \sin x + 7e^x$

d. $f(x,y) = xe^{y^2/2}$

57-60 'da kısmi türev tanımına göre fonksiyonların gösterilen noktada kısmi türevlerini bulunuz:

57. $f(x,y) = 1 - x + y - 3x^2y$, $\frac{\partial f}{\partial x}$ ve $\frac{\partial f}{\partial y}$, $(1,2)$ 'de

58. $f(x,y) = 4 + 2x - 3y - xy^2$, $\frac{\partial f}{\partial x}$ ve $\frac{\partial f}{\partial y}$, $(-2,1)$ 'de

59. $f(x,y) = \sqrt{2x+3y-1}$, $\frac{\partial f}{\partial x}$ ve $\frac{\partial f}{\partial y}$, $(-2,3)$ 'de

60. $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^3+y^4)}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0), \end{cases}$

$\frac{\partial f}{\partial x}$ and $\frac{\partial f}{\partial y}$ at $(0,0)$

65. $xy + z^3x - 2yz = 0$ denkleminin $(1, 1, 1)$ noktası komşuluğunda tanımladığı $z=z(x,y)$ kapalı fonksiyonunun $\partial z/\partial x$ kısmi türevinin $(1, 1)$ noktasında değerini bulunuz ve $z=z(x,y)$ fonksiyonunun hem x 'e hem de y 'ye göre kısmi türevlerinin mevcut olduğunu teyit ediniz.

66. $xz + y \ln x - x^2 + 4 = 0$ denkleminin $(1, -1, -3)$ noktası komşuluğunda tanımladığı $x=x(y,z)$ kapalı fonksiyonunun $\partial x/\partial z$ kısmi türevinin $(-1, -3)$ noktasında değerini bulunuz ve $x=x(y,z)$ fonksiyonunun hem y 'ye hem de z 'ye göre kısmi türevlerinin mevcut olduğunu teyit ediniz.

1-6. 'da dw/dt türevini t 'nin fonksiyonu olarak

a) zincir kuralına göre, b) bileşke fonksiyonunu bulup t 'ye göre diferansiyelleyerek, bulunuz.

1. $w = x^2 + y^2$, $x = \cos t$, $y = \sin t$; $t = \pi$
2. $w = x^2 + y^2$, $x = \cos t + \sin t$, $y = \cos t - \sin t$; $t = 0$
3. $w = \frac{x}{z} + \frac{y}{z}$, $x = \cos^2 t$, $y = \sin^2 t$, $z = 1/t$; $t = 3$
4. $w = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$, $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = 4\sqrt{t}$; $t = 3$
5. $w = 2ye^x - \ln z$, $x = \ln(t^2 + 1)$, $y = \tan^{-1} t$, $z = e^t$; $t = 1$
6. $w = z - \sin xy$, $x = t$, $y = \ln t$, $z = e^{t-1}$; $t = 1$

1-8. 'de yüzeyin verilmiş P_0 noktasında

a) Teğet düzleminin

b) Normal doğrusunun denklemlerini yazınız.

1. $x^2 + y^2 + z^2 = 3$, $P_0(1, 1, 1)$
2. $x^2 + y^2 - z^2 = 18$, $P_0(3, 5, -4)$
3. $2z - x^2 = 0$, $P_0(2, 0, 2)$
4. $x^2 + 2xy - y^2 + z^2 = 7$, $P_0(1, -1, 3)$
5. $\cos \pi x - x^2y + e^{xz} + yz = 4$, $P_0(0, 1, 2)$
6. $x^2 - xy - y^2 - z = 0$, $P_0(1, 1, -1)$
7. $x + y + z = 1$, $P_0(0, 1, 0)$
8. $x^2 + y^2 - 2xy - x + 3y - z = -4$, $P_0(2, -3, 18)$

7-10 'da $\partial z/\partial u$ ve $\partial z/\partial v$ türevlerini u ve v 'nin fonksiyonu olarak zincir kuralına göre bulunuz ve verilen noktada değerlerini bulunuz.

7. $z = 4e^x \ln y$, $x = \ln(u \cos v)$, $y = u \sin v$; $(u, v) = (2, \pi/4)$
8. $z = \tan^{-1}(x/y)$, $x = u \cos v$, $y = u \sin v$; $(u, v) = (1.3, \pi/6)$
9. $z = xy + yz + xt$, $x = u + v$, $y = u - v$, $t = uv$, $(u, v) = (1/2, 1)$
10. $z = \ln(x^2 + y^2 + t^2)$, $x = ue^v \sin u$, $y = ue^v \cos u$, $t = ue^v$; $(u, v) = (-2, 0)$

73-80. 'de fonksiyonların Laplace $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$ denklemini sağladığını gösteriniz.

73. $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z^2$
74. $f(x, y, z) = 2z^3 - 3(x^2 + y^2)z$
75. $f(x, y) = e^{-2y} \cos 2x$
76. $f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$
77. $f(x, y) = 3x + 2y - 4$
78. $f(x, y) = \tan^{-1} \frac{x}{y}$
79. $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$
80. $f(x, y, z) = e^{3x+4y} \cos 5z$